



题级: _____ 姓名: _____ 得分: _____

单元素养测评卷（一）A

第四章

（时间：120 分钟 分值：150 分）

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2 + 2$ ，则 123 是该数列的 ()
- A. 第 9 项 B. 第 10 项
- C. 第 11 项 D. 第 12 项

2. [2025· 阜阳高二阶段练] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = 1$ ， $a_4 = 7$ ，则公差 d 等于 ()
- A. 5 B. 3
- C. 2 D. 1

3. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$ ，且当 $n \geq 2$ 时， $a_n = \begin{cases} 2a_{n-1} - 1, & n \text{ 为偶数,} \\ 2a_{n-1} + 2, & n \text{ 为奇数,} \end{cases}$ 则 $a_4 =$ ()
- A. 7 B. 10
- C. 12 D. 22

4. [2025· 绵阳南山中学高二月考] 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{2n-2}{2n-15}$ ，则当 a_n 取到最小值时， n 的值是 ()
- A. 6 B. 7
- C. 8 D. 9

5. 已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_{n+1} < a_n$ ， $a_2 \cdot a_8 = 6$ ， $a_4 + a_6 = 5$ ，则 $\frac{a_5}{a_7} =$ ()
- A. $\frac{5}{6}$ B. $\frac{6}{5}$
- C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{2}$

6. [2025· 武汉经开区高二检测] 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2$ ， $a_{n+1} = \frac{1+a_n}{1-a_n}$ ($n \in \mathbf{N}_+$)，则 $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_{2025}$ 的值为 ()
- A. 3 B. -6
- C. 2 D. 1

7. 在数列 $\{a_n\}$ 中，若存在不小于 2 的正整数 k ，使得 $a_k < a_{k-1}$ 且 $a_k < a_{k+1}$ ，则称数列 $\{a_n\}$ 为“ k -数列”。下列数列中为“ k -数列”的是 ()
- A. $b_n = n$ B. $b_n = 2^n$
- C. $b_n = n + \frac{9}{n}$ D. $b_n = \frac{1}{2n-1}$

8. [2025· 揭阳一中高二阶段练] 已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列，且 $a_1 = 1$ ， $a_9 = 16$ ，设等差数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $b_5 = a_5$ ，则 $S_9 =$ ()
- A. -18 B. ± 36
- C. 36 D. 18

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列，公差 d 不为 0，若 a_2, a_5, a_9 成等比数列，则 ()
- A. $a_1 - d > 0$
- B. $a_1 d > 0$
- C. $a_1(a_1 - d) > 0$
- D. $a_1 a_2 < 0$

10. [2025· 蚌埠高二四校联考] 在递增的等比数列 $\{a_n\}$ 中， S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $a_1 a_4 = 32$ ， $a_2 + a_3 = 12$ ，则下列说法正确的是 ()

- A. 公比 $q = 2$
- B. 数列 $\{S_n + 1\}$ 是等比数列
- C. $S_8 = 126$
- D. 数列 $\{\lg a_n\}$ 是公差为 $\lg 2$ 的等差数列

11. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{1}{2}$ ， $a_n - a_{n+1} = 2a_n a_{n+1}$ ($n \in \mathbf{N}^*$)，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $b_n = 1 + \frac{2}{3} S_n$ ($n \in \mathbf{N}^*$)，则下列说法正确的是 ()

- A. $\frac{1}{2025}$ 是数列 $\{a_n\}$ 中的项
- B. 数列 $\{b_n\}$ 是首项为 3，公比为 3 的等比数列
- C. 数列 $\{a_n a_{n+1}\}$ 的前 n 项和 $T_n < \frac{1}{4}$
- D. 数列 $\left\{\frac{b_n}{a_n}\right\}$ 的前 n 项和 $A_n = \frac{(2n-1) \cdot 3^{n+1}}{2} + \frac{3}{2}$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{n}{n^2 + 5}$ ，则 $a_5 + a_{10} =$ _____.

13. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $\frac{S_6}{S_3} = 5$ ，则 $\frac{S_9}{S_3} =$ _____.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$ ， $a_{n+1} = \begin{cases} a_n + n - 3, & n \text{ 是奇数,} \\ 2a_n, & n \text{ 是偶数,} \end{cases}$ $b_n = a_{2n} + 2n$ ，则 $\frac{b_{n+1}}{b_n} =$ _____，数列 $\{a_n\}$ 的前 20 项和 $S_{20} =$ _____.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (13 分) 在等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 + a_2 = 5a_2 = \frac{5}{4}$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 求数列 $\left\{\frac{3}{4}a_n + 2n - 1\right\}$ 的前 n 项和 S_n .

16. (15 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 3 项和是 24，前 5 项和是 30.

(1) 求等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

(2) 若 T_n 是 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，则 T_n 是否存在最大值？若存在，求 T_n 的最大值及取得最大值时 n 的值；若不存在，请说明理由.



17. (15 分)[2025·莆田四中高二月考] 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{1}{2}$, 当

$$n \geq 2 \text{ 时}, a_n = \frac{na_{n-1} + 1}{n+1}.$$

(1) 证明数列 $\{(n+1)a_n\}$ 是等差数列, 并求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 证明: $\frac{a_2}{a_1} + \frac{a_3}{a_2} + \cdots + \frac{a_{n+1}}{a_n} < n + \frac{3}{4}.$

18. (17 分) 某高科技企业研制出一种型号为 A 的精密数控机床, A 型车床为企业创造的价值逐年减少. 若第 1 年 A 型车床创造的价值是 250 万元, 且第 1 年至第 6 年, 每年 A 型车床创造的价值减少 30 万元; 从第 7 年开始, 每年 A 型车床创造的价值是上一年的 50%. 现用 $a_n (n \in \mathbf{N}^*)$ (单位: 万元) 表示 A 型车床在第 n 年创造的价值.

(1) 求数列 $\{a_n\} (n \in \mathbf{N}^*)$ 的通项公式.

(2) 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $T_n = \frac{S_n}{n}$, 企业经过成本核算, 若 $T_n > 100$, 则继续使用 A 型车床, 否则更换 A 型车床, 试问该企业应在第几年年初更换 A 型车床?

19. (17 分)[2025·华中科大附中高二月考] 如图, 直线 $l_1: y = -\frac{x}{4} + \frac{5}{4}$

与 $l_2: y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$ 相交. 直线 l_1 与 x 轴交于点 M_1 , 过点 M_1 作 x 轴的垂线交直线 l_2 于点 N_1 , 过点 N_1 作 y 轴的垂线交直线 l_1 于点 M_2 , 过点 M_2 作 x 轴的垂线交直线 l_2 于点 N_2 , $\cdots$, 这样一直作下去, 可得到一系列点 $M_1, N_1, M_2, N_2, M_3, \cdots$. 点 $M_n (n = 1, 2, 3, \cdots)$ 的横坐标构成数列 $\{x_n\}$.

(1) 求 x_1, x_2, x_3 的值, 并求 x_{n+1} 与 x_n 的关系式;

(2) 求数列 $\{x_n\}$ 的通项公式;

(3) 设 $a_n = nx_n$, 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

